



Gymnázium Vysoké Mýto

nám. Vaňorného 163, 566 01 Vysoké Mýto

POŽADAVKY k písemné zkoušce profilové části MZ

Předmět: Matematika
Školní rok: 2024 – 2025
Třída: 4. A, B

Délka: 240 min

Základní poznatky z logiky a teorie množin

Symboly, konstanty, proměnné. Výrok, pravdivostní hodnota výroku, negace výroku. Složené výroky. Množiny, množinové vztahy a operace. Důkazy v matematice (přímý důkaz, nepřímý důkaz, důkaz matematickou indukcí).

Obor reálných čísel

Základní aritmetické pojmy. Rozšiřování číselných oborů. Obor přirozených čísel, celých, racionálních, reálných. Iracionální čísla. Vlastnosti operací. Dělitelnost v oboru přirozených čísel. Absolutní hodnota reálného čísla.

Mocniny a odmocniny v oboru reálných čísel

Mocniny s přirozeným mocnitelem, mocnitel nula, mocnitel celý záporný. Odmocniny v oboru reálných čísel, mocniny s racionálním mocnitelem. Mocninná funkce.

Algebraické výrazy

Algebraický výraz, definiční obor výrazu. Mnohočleny a početní výkony s nimi. Rozklady mnohočlenů. Zlomky. Procenta a jejich užití. Úpravy algebraických výrazů.

Funkce a jejich základní vlastnosti

Definice funkce, obory funkcí, grafy funkcí. Způsoby zadání (určení) funkce. Vlastnosti a druhy funkcí. Monotónnost, sudost, lichost, omezenost, extrém, periodičnost funkcí. Prosté funkce a funkce k nim inverzní. Elementární funkce. Transformace grafu funkce.

Lineární funkce, lineární rovnice a nerovnice

Lineární funkce, její vlastnosti a užití. Rovnice, ekvivalentní úpravy rovnice. Nerovnice, úpravy nerovnic. Řešení lineárních rovnic a nerovnic o jedné neznámé. Lineární rovnice s parametrem. Soustavy lineárních nerovnic o jedné neznámé. Slovní úlohy.

Kvadratická funkce. Kvadratické rovnice a nerovnice

Kvadratická funkce, její vlastnosti a graf. Řešení kvadratických rovnic a nerovnic výpočtem i graficky. Vlastnosti kořenů kvadratické rovnice. Kvadratické rovnice s parametrem. Slovní úlohy vedoucí ke kvadratické rovnici.

Racionální funkce

Nepřímá úměrnost, lineární lomená funkce. Rovnice a nerovnice v součinném a podílovém tvaru.

Iracionální funkce, iracionální rovnice

Definiční obory iracionálních funkcí. Rovnice s neznámou v odmocněnci. Důsledkové úpravy rovnic. Jednoduché iracionální rovnice.

Funkce, rovnice a nerovnice s absolutními hodnotami

Grafy funkcí s absolutními hodnotami. Rovnice a nerovnice s absolutními hodnotami.

Exponenciální a logaritmické funkce, exponenciální a logaritmické rovnice

Exponenciální a logaritmické funkce, vlastnosti a grafy. Exponenciální rovnice. Logaritmické rovnice. Jednoduché exponenciální a logaritmické nerovnice.

Goniometrické funkce

Definice goniometrických funkcí, jejich vlastnosti a grafy, určování hodnot. Goniometrické vzorce a jejich aplikace. Grafy složených funkcí (harmonické funkce).

Úpravy goniometrických výrazů. Goniometrické rovnice

Úpravy goniometrických výrazů, důkazy goniometrických vzorců. Základní goniometrické rovnice. Řešení složitějších goniometrických rovnic. Jednoduché goniometrické nerovnice.

Soustavy rovnic a nerovnic s více neznámými

Pojem soustavy rovnic a nerovnic. Soustavy lineárních rovnic s více neznámými (i parametrem), soustavy s kvadratickými rovnicemi, numerické a grafické řešení. Grafické řešení soustavy nerovnic s více neznámými. Slovní úlohy vedoucí k soustavě rovnic.

Komplexní čísla, řešení rovnic v oboru komplexních čísel

Operace s komplexními čísly, goniometrický a algebraický tvar komplexního čísla. Moivreova věta. Řešení binomických a kvadratických rovnic v oboru komplexních čísel.

Posloupnosti a řady

Pojem posloupnosti, rekurentní určení posloupnosti, grafické znázornění, vlastnosti. Limita posloupnosti. Nekonečná řada a její součet.

Aritmetická a geometrická posloupnost

Aritmetická posloupnost, geometrická posloupnost, jejich vlastnosti. Úlohy řešené pomocí posloupností.

Kombinatorika, počet pravděpodobnosti, statistika

Faktoriál, kombinační čísla, úpravy výrazů. Binomická věta. Základní kombinatorická pravidla. Kombinace, variace, permutace. Pravděpodobnost náhodných jevů.

Geometrické útvary v rovině

Základní geometrické pojmy a základní věty planimetrie. Úhly. Trojúhelník, jeho vlastnosti. Kružnice, obvodový a středový úhel. Mnohoúhelníky, kruh a jeho části. Výpočty obvodů a obsahů geometrických obrazců. Úlohy na aplikaci Pythagorovy věty a Euklidových vět.

Trigonometrie

Věta sinová, věta kosinová. Úlohy o trojúhelníku, popř. čtyřúhelníku řešené užitím trigonometrie. Užití trigonometrie v praxi (určování výšek, vzdáleností, fyzikální úlohy).

Konstrukční planimetrické úlohy

Množiny všech bodů dané vlastnosti v rovině. Syntetické vyšetřování množin bodů daných vlastností. Užití množin bodů k řešení konstrukčních úloh. Algebraická metoda řešení konstrukčních úloh.

Geometrická zobrazení v rovině

Geometrická zobrazení v rovině, jejich druhy. Shodná zobrazení (osová a středová souměrnost, posunutí, otočení), stejnolehlost. Konstrukční využití zobrazení.

Polohové a metrické vztahy útvarů v prostoru řešené syntetickou metodou

Základní polohové vlastnosti v prostoru. Zobrazení hranatých těles ve volném rovnoběžném promítání. Rovinný řez hranolem nebo jehlanem. Rovnoběžnost přímek a rovin. Základní metrické vlastnosti v prostoru (kolmost, velikost úseček a úhlů, odchylky přímek a rovin).

Objemy a povrchy těles

Geometrické tělesa. Výpočet objemů a povrchů těles (krychle, kvádr, hranol, čtyřstěn, jehlan, válec, kužel, komolý jehlan, komolý kužel, koule a její části). Použití poznatků z různých částí matematiky.

Vektorová algebra

Pojem a definice vektoru, základní operace s vektory. Lineární kombinace vektorů. Soustavy souřadnic na přímce, v rovině a v prostoru. Souřadnice vektoru, základní operace s vektory danými souřadnicemi. Skalární násobení vektorů a jeho aplikace. Vektorové násobení vektorů v trojrozměrném prostoru.

Analytická geometrie lineárních útvarů

Parametrické vyjádření přímky v rovině a v prostoru. Obecná rovnice přímky v rovině, další způsoby analytického vyjadřování přímky v rovině. Parametrické vyjádření roviny, obecná rovnice roviny. Polohové vztahy přímek a rovin v prostoru řešené analytickou metodou. Odchylky přímek a rovin řešené analytickou metodou. Pojem vzdálenosti v analytické geometrii.

Analytická geometrie kuželoseček

Kuželosečky, jejich definice, vlastnosti a základní konstrukce. Rovnice kružnice, elipsy, paraboly a hyperboly v základní a posunuté poloze. Obecná rovnice kuželosečky. Vzájemná poloha přímky a kuželosečky v analytickém vyjádření, rovnice tečny ke kuželosečce. Analytické vyjádření množin bodů dané vlastnosti.

Limita a derivace funkce

Limita a spojitost funkce. Derivace, užití vzorců a vět pro výpočet derivací, geometrický a fyzikální význam derivace. Druhá derivace. Derivace složené funkce.

Vyšetřování průběhu funkcí

Intervaly monotonie, lokální a globální extrémy. Řešení reálných situací, jejichž matematizace využívá extrémy funkcí. Průběh funkce a sestrojování grafů.

Primitivní funkce, určitý integrál

Primitivní funkce, neurčitý integrál. Základní metody integrování. Určitý integrál a jeho aplikace (výpočet obsahu rovinných útvarů, objemu rotačních těles).